Théorie des non groupes Une application de la théorie des groupes

Article · October 2017

1 author:

David Strainchamps
University of Burgundy

Théorie des non groupes

Une application de la théorie des groupes

Par David Strainchamps

24/10/2017

1 Introduction

Cette idée des non groupes date de juillet 2003. J'ai voulu imaginer un ensemble dans lequel chaque élément était une unité. Devant l'impossibilité de le créer, l'ensemble étant réduit alors à l'élément neutre, j'ai décidé d'inventer la notion de non groupe où chaque élément d'un groupe fini quelconque serait associé à une infinité d'élément d'un ensemble infini.

J'ai donc créé une surjection entre les entiers et les éléments d'un groupe fini quelconque G de cardinal b.

Cette surjection est simple.
On convertit l'entier n de $\mathbb{N}$ en base b et on décide de noter les éléments du groupe G de 0 à b-1.

L'entier n converti en base b a donc tous ses digits qui appartiennent à G.

On fait alors la somme selon la loi interne de G des digits de n en base b. Cette soçmme est un élément de G associé à n

A partir de cette surjection ainsi définie on a une propriété et un théorème intéressant qui en découle.

C'est l'objet de cet article de les démontrer.

2 Propriété

On observe dans la suite des éléments (u_n) tel que

$$U_n : \begin{array}{c} \mathbb{N} \to \{0, 1, ..., b-1\} \\ n \to u_n \end{array}$$

définie dans l'introduction, une b-périodicité.

C'est à dire qu'il existe b groupes de b^{b-1} éléments chacun de (u_n) qui se répètent inlassablement selon la règle suivante.
Soient $(V_o, V_1, ..., V_{b-1})$ *ces b groupes tel que*

$$\forall k \in \{0, ..., b-1\}\ V_k = \{u_{kb^{(b-1)}}, ..., u_{(k+1)b^{(b-1)}-1}\}$$

On a alors

$$\forall k \in \mathbb{N} - \{0\}\ \textit{et}\ \forall k' \in \{0, ..., b-1\}\ \textit{on a}\ V_{kb+k'} = V_{u_{kb+k'+1}}$$

3 Théorème

Quel que soit le polynôme P de degré d<b on a

$$b \times \sum_{k, u_k \in \{V_0, ..., V_{b-1}\} \wedge u_k = 0} P(k) = \sum_{k \in \{0,1,2,...,b^b-1\}} P(k)$$

4 Cas particuliers des groupes $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$ et diédral à 4 éléments

Voir l'adresse http://idfolles.com/theorie-des-non-groupes/

5 Démonstration

5.1 Démonstration de la b-périodicité

Voir page suivante

De N =	à N =			d'après le table de la loi du groupe		
0	b-1	0+0	0+1	0+2	…..	0+b-1
b	2b-1	1+0	1+1	1+2	…..	1+b-1
……						
(b-1)b	b^2-1	b-1+0	b-1+1	b-1+2	…..	b-1+b-1

On a donc b^2 nombre

De N =	à N =			d'après le table de la loi du groupe		
b^2	b^2+b-1	1+0	1+1	1+2	…..	1+b-1
b^2+b	b^2+b+b-1	1+1+0	1+1+1	1+1+2	…..	1+1+b-1
…..						
b^2+(b-1)b	b^2+(b-1)b+(b-1)	1+b-1+0	1+b-1+1	1+b-1+2	…..	1+b-1+b-1
…..						
(b-1)b^2+(b-1)b	(b-1)b^2+(b-1)b+(b-1) soit b^3-1	b-1+b-1	b-1+b-1+1	b-1+b-1+2	…..	b-1+b-1+b-1

On a donc b^3-b^2 nombres et ne ce sont pas les mêmes que ci dessus

On continue ainsi jusquà

De N =	à N =
b^(b-2)	…
…..	…..
…..	…..
	b^(b-1)-1

Dans ce dernier tableau b^(b-1)-b^(b-2) nombres

J'ai donc ainsi décrit la première périodicité que j'appelle 0-période et on a b^(b-1) nombre en tout

La 1-période commence avec la deuxième ligne du premier tableau ci dessus (tout en haut) et je la décrit ci dessous

De N =	à N =			d'après le table de la loi du groupe		
b^(b-1)	b^(b-1)+b-1	1+0	1+1	1+2	…..	1+b-1
b^(b-1)+b	b^(b-1)+b+b-1	1+1+0	1+1+1	1+1+2	…..	1+1+b-1
……						
b^(b-1)+(b-1)b	b^(b-1)+(b-1)b+b-1 soit b^(b-1)+1+b-1+0		1+b-1+1	1+b-1+2	…..	1+b-1+b-1

On a donc b² nombre

Ensuite on a les mêmes type de tableaux qui commencent toujours avec la deuxième ligne du premier tableau de la 1-période et on obtient en tout une 1-période de b^(b-1) nombre

Pours les i-période les tableaux commence par la ième ligne du 1er tableau de la 0-période.

Et on obtient ainsi b périodicité différentes

Il reste maintenant à prouver que (b)-période est une (1+0)-periode

La (b ième)-période commence avec b^b et aura les mêmes valeurs que la 1-période

la (j ième)-période commence avec j*b^b et j peut être décomposer dans la base b et la décomposition de j dans la base b est le début d'une des b première période.

CQFD

5.2 Démonstration du théorème

A venir